

- Тестування за допомогою автоматичного контролю та збору інформації.

Роблячи підсумки, потрібно пам'ятати, що навіть в самій захищеній системі можливо віднайти недоліки і проблеми місця, а як наслідок цього, потрібно час від часу перевіряти систему на проникність.

### *Список літератури*

1. Тест на проникнення. URL: <https://inlnk.ru/IPZyY> (Дата звернення: 13.11.21)
2. Тест на проникновение – Краткое руководство. URL: <https://inlnk.ru/Jj8ZR> (Дата звернення: 13.11.21)
3. Яцків В.В. Тестування комп'ютерних систем на проникнення. С.5-8

**УДК 519.852+519.674:004.942**

*Ємельянова А.О., здобувач освіти,  
Зелінська О.В., к.т.н, доцент, доцент  
кафедри інформаційних технологій*

## **ПОБУДОВА ГРАФІЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ**

*Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця*

Застосування задач лінійного програмування в останні роки все більше набуває широкого застосування через необхідність оптимізації процесів, підвищення ефективності роботи, наукового аналізу та впровадження автоматизації, які відіграють важливу роль в успішному функціонуванні підприємства. Це є невід'ємним процесом, який дозволяє конкретизувати інформацію на шляху до вдосконалення робочого процесу в різних галузях, таких як: економіка, енергетика, перевезення, виробництва тощо.

Задача лінійного програмування (ЗЛП) – це оптимізаційна задача, суть якої полягає у знаходженні екстремуму лінійної функції при наявності цільової функції

$$F(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

та допустимої множини, обмеженої рівностями чи нерівностями

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_1, \quad (2)$$

і обмеженнями невід'ємності  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$ , включаючи невід'ємні праві частини.

Найпоширенішими способами вирішення таких задач є: графічний метод і симплекс-метод [2]. Тому метою даної роботи є демонстрація вирішення оптимізаційної задачі лінійного програмування шляхом побудови графічної моделі.

Графічний метод розв'язування ЗЛП дає наочне і більш просте для розуміння рішення. Однак даний метод є ефективним лише при розв'язуванні задач із двома та інколи трьома змінними. Таке обмеження обумовлене складністю побудови многогранника розв'язків у тривимірному просторі, а побудова фігури із більше ніж трьома змінними взагалі неможлива [3].

Для побудови графічної моделі і пошуку рішення задачі лінійного програмування необхідно дотримуватись наступного алгоритму [3]:

1. Побудова прямих, які дістаються із обмежень шляхом заміни знаків нерівностей на рівності.

2. Визначення півплощин, які відповідають усім обмеженням задачі.

3. Пошук багатокутника розв'язків (або області допустимих рішень) ЗЛП.

4. Побудова вектора-градієнта, який задає напрямок зростання значення цільової функції. Вектору задаються координати, рівні коефіцієнтам цільової функції.

5. Побудова прямої, перпендикулярної до вектора-градієнта через точку (0;0). Для знаходження максимального значення, пряму потрібно рухати у напрямку вектору, для знаходження мінімального значення – у протилежному напрямку.

6. Визначення координат точок перетину прямої із областю допустимих рішень, в яких цільова функція набуває мінімального чи максимального значення і обчислення екстремального значення.

У разі застосування графічного методу для розв'язування ЗЛП може виникати багато різних випадків, наприклад відсутність оптимальних планів (коли цільова функція необмежена чи система обмежень не є сумісною) або ж коли присутні альтернативні розв'язки (цільова функція досягає екстремального значення у будь-якій точці відрізка) [4]. Однак у даній роботі розглядатиметься класичний приклад із одним екстремальним значенням.

Наприклад, треба знайти мінімальне та максимальне значення, яких набуває цільова функція при заданих обмеженнях із наступної математичної моделі:

$$F(x) = -2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max(\min) \quad (3)$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_1 + 2x_2 = 8 \\ x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

На першому етапі необхідно побудувати на графіку прямі із заданих обмежень у форматі рівнянь. Для цього обчислюються точки перетину прямих із вісями  $Ox_1$  та  $Ox_2$ . У табл. 1 наведено їхні координати.

Пряма $-3x_1 + 2x_2 = 12$			Пряма $x_1 + 2x_2 = 8$		Пряма $x_1 + x_2 \geq 5$	
$x_1$	0	-4	0	8	0	5
$x_2$	6	0	4	0	5	0

Далі, за допомогою засобів Excel, на графіку будуються прямі. Після чого наносяться обмеження (червоні лінії) і визначається багатокутник розв'язків, зображений на рис. 1.

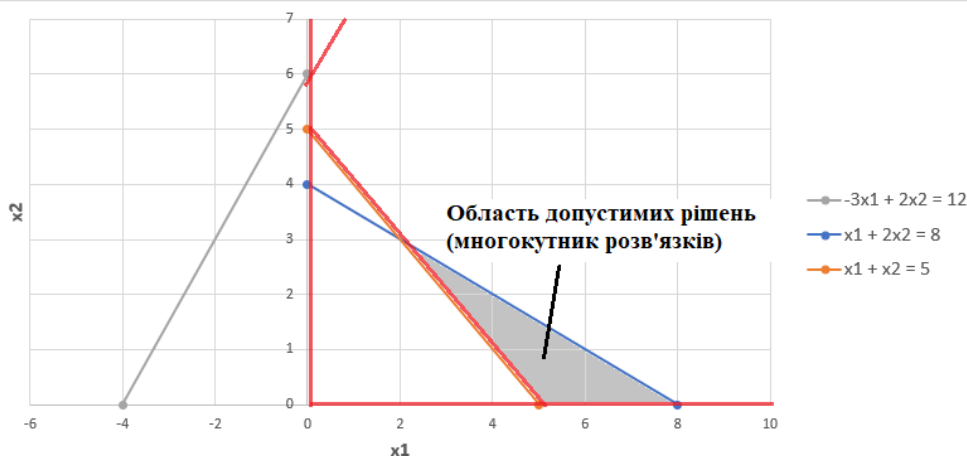


Рис. 1. Область допустимих рішень ЗЛП

Наступним етапом є побудова градієнта-вектора, координати якого відповідають коефіцієнтам цільової функції –  $(-2;5)$  і перпендикулярної до нього прямої, яка рухатиметься вниз або догори в залежності від шуканого екстремуму. У точці, в якій пряма вперше перетне область допустимих рішень, цільова функція  $F$  досягатиме свого найбільшого значення. У точці, в якій пряма востаннє перетне багатокутник розв'язків – найменшого значення (див. рис. 2).

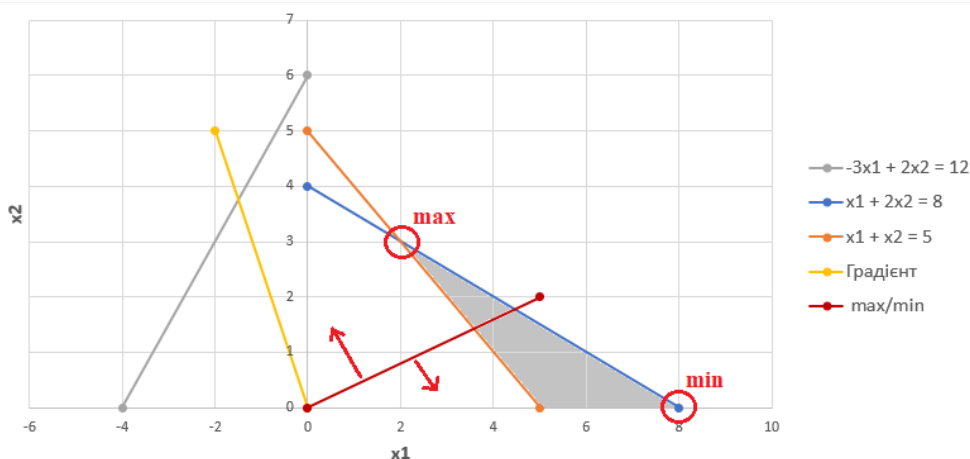


Рис. 2. Визначення екстремумів функції

Отже, координати точки перетину із областю допустимих мінімальних значень –  $(8;0)$ , тому значення цільової функції у цій точці дорівнює:

$$\min: F(x) = -2x_1 + 5x_2 = -2 * 8 + 5 * 0 = -16 \quad (4)$$

Координати точки перетину із областю допустимих максимальних значень –  $(2;3)$ , тому значення цільової функції у цій точці дорівнює:

$$\max: F(x) = -2x_1 + 5x_2 = -2 * 2 + 5 * 3 = 11 \quad (5)$$

Таким чином, використання графічного методу задач лінійного програмування є дуже ефективним, оскільки представлення даних у вигляді

математичної моделі дозволяє деталізувати інформацію, створювати і моделювати варіанти, поміж яких обирати найоптимальніше рішення.

### *Список літератури*

1. Січко Т. В., Нескородєва Т. В. Методичні вказівки щодо виконання лабораторних робіт з дисципліни «Методи оптимізації та дослідження операцій» для студентів СО «Бакалавр» денної та заочної форм навчання спеціальностей 122 «Комп'ютерні науки», 113 «Прикладна математика». Вінниця: ДонНУ імені Василя Стуса. 2020. 104 с.
2. Графічний метод розв'язання задачі лінійного програмування [Електронний ресурс]. – URL: <https://www.mathros.net.ua/grafichnyj-metod-rozvjazannja-zadachi-linijnogo-programuvannja.html> (дата звернення: 02.11.2021).
3. Karakina V. 29. Графічний метод розв'язання задач лінійного програмування [Електронний ресурс] / Viktoria Karakina – URL: [https://www.academia.edu/7407473/29\\_Графічний\\_метод\\_розв'язання\\_задач\\_лінійного\\_програмування](https://www.academia.edu/7407473/29_Графічний_метод_розв'язання_задач_лінійного_програмування) (дата звернення: 02.11.2021).
4. Наконечний С. І., Савіна С. С., Математичне програмування. Загальна задача лінійного програмування та деякі з методів її розв'язування. Київ. 2003. С. 51. (навчальний посібник).

**УДК 519.86**

*Зайцев О. І., здобувач освіти,  
Чижевський А. М, здобувач освіти,  
Поліщук В. В., к.т.н., доцент, доцент  
кафедри програмного забезпечення  
систем*

## **ТЕХНОЛОГІЯ ТА ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ КОМПЛЕКСНОГО ОЦІНЮВАННЯ СПЕЦІАЛІСТІВ МУНІЦИПАЛІТЕТУ**

*Ужгородський національний університет, м. Ужгород*

Від утримання та використання людських ресурсів, залежить успіх будь-якої організації. Через посилення конкуренції, глобалізації та цифровізації світові ринки вимагають якісних та професійних людських ресурсів. Цього можна досягти, маючи потенційно правильно підібраний персонал [1].

Наведене твердження є цілком справедливим і для менеджменту муніципалітету, що прагне вдосконалення методів підбору персоналу для досягнення ідеальних рішень. Адже прийняття на роботу некомпетентних спеціалістів може призвести до нераціонального використання коштів платників податків та поставити під загрозу реалізацію проектів з розвитку територіальних громад.

Досягнувши ідеальних рішень, муніципалітет, як система громади-влади-бізнесу, покращить управління ресурсами, що призведе до досягнення цілей