Висновок. Отже, ІКТ – невід’ємний елемент вивчення дисциплін математичного циклу, який у поєднанні з традиційними методами дозволяє забезпечити формування та розвиток предметних компетентностей. Застосування ІКТ необхідно проводити системно і систематично на усіх етапах навчального процесу:

- при набутті нових знань;
- відпрацюванні вмінь та навичок;
- при оцінюванні рівня навчальних досягнень.

Слід відмітити, що раціональне використанні ІКТ у змішаному навчанні дозволяє не лише підвищити власний рівень навчання і активізувати творчий пошук, а й дозволити змоделювати різні математичні процеси та явища.

Список літератури

1. *Кривонос О.М. Використання інформаційно-комунікаційних технологій в навчанні: навч. посібник / Кривонос О.М. – Житомир. Вид-во ЖДУ ім. І.Франка 2013, – 82 с.*
2. *Змішане навчання, як модель використання інформаційно-освітніх ресурсів – URL: http://interconf.fl.kpi.ua/ru/node/1174*

УДК 517.9

Савченко М.О., старший викладач кафедри прикладної математики

ОЦІНКИ ТИПУ КЕЛЛЕРА-ОССЕРМАНА ДЛЯ АНІЗОТРОПНИХ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ З ГРАДІЄНТНОЮ АБСОРБЦІЄЮ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

У роботі досліджено слабкі розв'язки анізотропних параболічних рівнянь з градієнтною абсорбцією, для яких отримано поточкові верхні оцінки, які записані в термінах відстані до межі області. Такі оцінки називаються оцінками типу Келлера-Оссермана, вони відіграють важливу роль у теорії існування або неіснування великих розв’язків, у проблемах усувності особливостей. Всі відомі оцінки такого типу пов'язані з рівняннями, для яких існують деякі порівняльні властивості. Анізотропні параболічні рівняння були об'єктом дослідження невеликої кількості робіт [1]-[3], оскільки загалом такі властивості для них не мають місце. Незважаючи на відсутність принципу порівняння, вдалося отримати оцінки типу Келлера-Осермана для таких рівнянь.

Розглянемо розв'язки квазілінійного параболічного рівняння

$$u_t - div\, A(x,t,u,\nabla u) + g(x,t,\nabla u) = b(x,t,u,\nabla u), \quad (x,t) \in \Omega_T, \tag{1}$$

які задовільняють початковій умові

$$u(x,0) = 0, \qquad x \in \Omega \setminus \{0\}, \tag{2}$$

де $\Omega_T = \Omega \times (0,T)$, Ω - обмежена область в R^n, $n \ge 2$, $0 < T < \infty$.
На коефіцієнти рівняння $A : \Omega \times R_+^1 \times R_+^1 \times R^n \to R^n$
$g, b: \Omega \times R_+^1 \times R_+^1 \times R^n \to R^1$ накладаємо наступні умови:

- $A(\cdot,\cdot,u,\xi)$, $\mathrm{g}(\cdot,\cdot,\xi)$, $b(\cdot,\cdot,u,\xi)$ є вимірними за Лебегом для усіх $u \in R_+^1$, $\xi \in R^n$;
- $A(x,t,\cdot,\cdot)$, $\mathrm{g}(x,t,\cdot)$, $b(x,t,\cdot,\cdot)$ неперервні майже для усіх $(x,t) \in \Omega_T$, $A = (a_1, a_2, ..., a_n)$;
- виконуються структурні нерівності та

$$|\mathrm{a}_i(x,t,u,\xi)| \le \nu_2 u^{m_i - 1}|\xi_i|,\ i = \overline{1,n}, \quad a_i(x,t,u,\varsigma)\varsigma \ge \nu_1 \sum_{i=1}^{n} |u|^{m_i-1} |\varsigma_i|^2,$$

$$\nu_1 \sum_{i=1}^{n} |\xi_i|^{q_i} \le \mathrm{g}(x,t,\xi) \le \nu_2 \sum_{i=1}^{n} |\xi_i|^{q_i}, \tag{3}$$

$$|b(x,t,u,\xi)| \le \nu_2 u^{\frac{m-1}{2}} \left(\sum_{i=1}^{n} |u|^{m_i-1} |\xi_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

де ν_1, ν_2 деякі додатні сталі.

Припускається, що для показників рівняння виконуються нерівності

$$\min_{1 \le i \le n} m_i > 1 - \frac{2}{n},\ \max_{1 \le i \le n} m_i < m + \frac{2}{n},\ m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_i.$$

(4)

$$\frac{2+nm}{1+n} \le q < 2,\ \max_{1 \le i \le n} q_i < q\left(1 + \frac{1}{n}\right),\ \frac{1}{q} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{q_i}.$$

Означення 1 Будемо казати, що функція u належить простору $L^{\bar{q}}(0,T; W^{1,\bar{q}}(\Omega))$, якщо $\iint\limits_{\Omega_T} |u|^q \,\mathrm{dxdt} + \sum\limits_{i=1}^{n} \iint\limits_{\Omega_T} |u_{x_i}|^{q_i} \,\mathrm{dxdt} < \infty.$

Означення 2 Будемо казати, що функція u належить простору $V_m(\Omega_T)$, якщо $\varphi \in C(0, T; L^{1+m^-}(\Omega))$ і $\sum\limits_{i=1}^{n} \iint\limits_{\Omega_T} |\mathrm{u}|^{m_i + m^- - 2} |u_{x_i}|^2 \,\mathrm{dx\,dt} < \infty$, де $m^- = \min(1, m_1)$.

Означення 3 Слабким розв'язком задачі (1), (2) будемо називати невід'ємну функцію $u(x,t)$, яка задовольняє включенню $u\psi \in V_m(\Omega_T) \cap L^{\bar{q}}(0,T; W^{1,\bar{q}}(\Omega))$ та інтегральній тотожності

$$\begin{aligned} &\int\limits_{\Omega} u(\mathrm{x},\tau)\psi^p \varphi \,\mathrm{dx} + \int\limits_0^{\tau}\int\limits_{\Omega} \Big\{ -u(\psi^p\varphi)_t + A\big(x,t,u,\nabla u\big)\nabla(\psi^p\varphi) + \\ &+ g\big(x,t,\nabla u\big)\psi^p\varphi - b\big(x,t,\mathrm{u},\nabla u\big)\psi^p\varphi \Big) dxdt = 0, \end{aligned} \tag{5}$$

при $p = \max\left(2 + m_n, \max\limits_{1 \le i \le n} q_i\right)$, будь-якому $0 < \tau < T$, і будь-якій пробній функції $\varphi : \varphi \in W^{1,2}(0,T; L^2(\Omega_T)) \cap L^2(0,T; \overset{o}{W}{}^{1,2}(\Omega))$, й будь-якій функції $\psi \in C^1(\overline{\Omega_T})$), яка обертається в 0 в околі точки $(0,0)$.

Це гарантує, що $\lim\limits_{\tau \to 0} \int\limits_{\Omega} u(\mathrm{x}, \tau)\ \psi^p \varphi \mathrm{dx}\ = 0$ і всі інтеграли в тотожності (5) є збіжними.

Сформулюємо головний результат.

Теорема 1 Нехай виконані умови (3), (4). Тоді існує додатня стала c, яка залежить тільки від $\nu_1, \nu_2, n, m_1, ..., m_n, q_1, ..., q_n$, що справедлива наступна оцінка

$$u(x,t) \le c\left(\sum_{i=1}^{n-1} |\, \mathrm{x}_i\, |^{\frac{2}{(2-\mathrm{m})\mathrm{q}+(\mathrm{q}-2)m_i}} + t^{\frac{1}{q(1-m)+2(q-1)}}\right)^{q-2}$$

для $(x,t) \in \Omega_T \setminus \{(0,0)\}$.

Список літератури

1. *Garcia-Melian J. Large solutions to an anisotropic quasilinear elliptic problem / J. Garcia-Melian, J.D. Rossi, J.C. Sabina de Lis // Annali di Matematica Pura ed Applicata. – 2010. – Vol. 189. – P. 689–712.*
2. *Skrypnik I.I. Removability of isolated singularities for anisotropic elliptic equations with gradient absorption / I.I. Skrypnik // Israel Journal of Mathematics. — 2016. — Vol. 215. — P. 163—179.*
3. *Skrypnik I.I. Removability of isolated singularity for anisotropic parabolic equations with absorption / I.I. Skrypnik // Manuscr. Math. — 2013. — Vol. 140. — P. 145—178.*
4. *Shan (Savchenko) M. A. Keller-Osserman estimates and removability result for the anisotropic porous medium equation with gradient absorption term / M. A. Shan, I.I. Skrypnik // Mathematische Nachrichten. — 2019. — Vol. 292. — P. 436—453.*

УДК 546.07

Сохацький Ф.М., д.ф.-м.н., доцент, професор кафедри прикладної математики,

Луценко А.В., аспірант

КВАЗІГРУПИ І ЗАХИСТ ІНФОРМАЦІЇ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Захист інформації на сьогоднішній день є актуальним не лише у військовій справі, а й в сучасних галузях економіки, таких як банківська справа, інтернет, бази даних тощо. Кожна з задач, які виникають має свій час секретності і свої