УДК 51:004.031.2]:517.9

Бєжин Є. В., здобувач
Половенко Л. П., к.пед.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики

ОГЛЯД МАТЕМАТИЧНИХ ПАКЕТІВ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Зараз існує маса помічників, які можуть допомогти людині. Математичні пакети допомагають нам вирішувати складні задачі, вони постійно вдосконалюються, стають легшими та доступнішими. У математичному пакеті результати можна отримати аналітично та графічно, дозволяють вирішувати широке коло завдань, легко змінювати початкові умови, прослідковувати динаміку та робити висновки, прогнози на основі отриманих результатів.[1]

Розглянемо математичні пакети з них з точки зору можливості розв'язування диференціальних рівнянь.

Система Mathematica[4] — це універсальний інтегрований програмний пакет, який дозволяє ефективно працювати з різноманітними алгебраїчними та числовими обчисленнями, текстовою та графічною інформацією.[2] Він пропонує широкий спектр можливостей для розв'язування звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь системи в символічній формі (рис. 1).

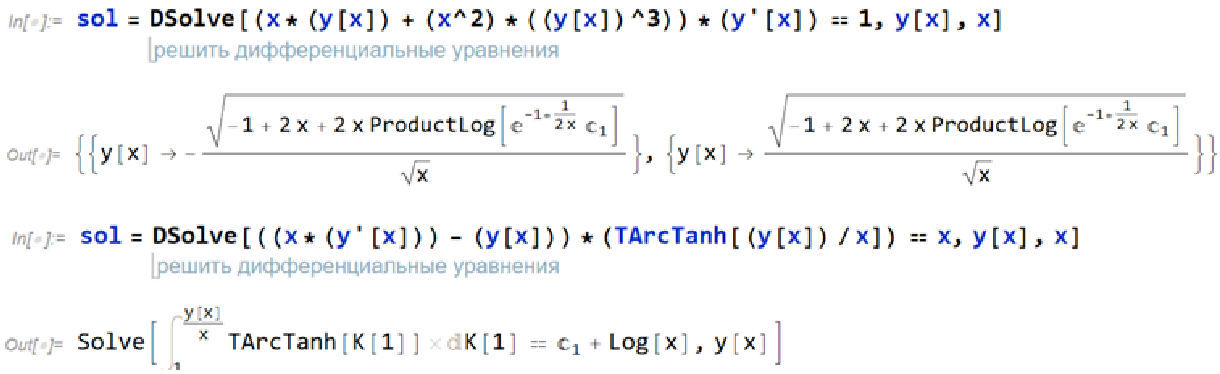

Рисунок 1. – Розв'язування диференціального рівняння засобами Mathematica[4]

Для цього використовується функція DSolve, алгоритм якої реалізує більшість відомих на сьогодні аналітичних методів. Функція має такий синтаксис DSolve[equation,y,x]. Вона визначає функцію y, приймаючи x як аргумент рівняння. Перший аргумент — це рівняння (або список рівнянь), записане через функцію та її похідні (y[x], y'[x], y''[x] тощо), але інші варіанти запису похідних також доступні. Другим аргументом є назва функції, яку потрібно шукати. Третій параметр – незалежна змінна. Пакет є платним, але наявна безкоштовна пробна версія на 30 днів. Можна оформити підписку на сервіс. Існує тільки десктопна версія пакету.

Maple[5] є одним із найпотужніших математичних пакетів, і його функціональні можливості охоплюють досить багато розділів математики та можуть бути з користю використані на будь-якому рівні, включаючи серйозні наукові дослідження.[2] Він дозволяє розв'язувати диференціальні рівняння або системи диференціальних рівнянь аналітично та чисельно (рис.2). Щоб розв'язати прості диференціальні рівняння, використовується функція DSolve, як у Mathematica, у іншій символічній формі:

dsolve (ODE)
dsolve(ODE, y(x), extra_args)
dsolve({ODE, ICs}, y(x), extra_args)
dsolve({sysODE, ICs}, {funcs}, extra_args)

ODE є єдиним звичайним диференціальним рівнянням або системою диференціальних рівнянь першого порядку з початковими умовами, y(x) — функція однієї змінної, ICs — вираз, що визначає початкові умови, {sysODE} — набір диференціальних рівнянь, {funcs} — набір невизначених функцій, extra_argument — це параметр, що визначає тип об'єднання. Пакет також є платним, але пробна версія доступна тільки на 15 днів, а також немає можливості оформити підписку на сервіс. Існує тільки десктопна версія пакету.

Розв'язуємо диференційні рівняння:
1) Рівняння першого порядку:

a) $dsolve\left(\left(x \cdot y + x^2 \cdot y^3\right) \cdot y' = 1\right);$

$$y(x) = \frac{\sqrt{x\left(2\,\mathrm{LambertW}\left(\frac{1}{2}\,\_C1\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\,\frac{-1+2x}{x}}\right)x - 1 + 2x\right)}}{x},\ y(x) = -\frac{\sqrt{x\left(2\,\mathrm{LambertW}\left(\frac{1}{2}\,\_C1\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\,\frac{-1+2x}{x}}\right)x - 1 + 2x\right)}}{x}$$

b) $dsolve\left(\left(x \cdot y' - y\right) \cdot \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = x\right);$

$$\frac{y(x)\,\arctan\left(\frac{y(x)}{x}\right)}{x} - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{x^2 + y(x)^2}{x^2}\right) - \ln(x) - \_C1 = 0$$

2) Рівняння другого порядку:

a) $dsolve\left(y'' + y = \tan(x)\right);$

$$y(x) = \sin(x)\,\_C2 + \cos(x)\,\_C1 - \cos(x)\ln\left(\frac{1+\sin(x)}{\cos(x)}\right)$$

b) $dsolve\left(x \cdot y'' + y' = x^3\right);$

$$y(x) = \frac{1}{16}x^4 + \_C1\ln(x) + \_C2$$

Рисунок 2. – Розв'язування диференціального рівняння засобами Maple[5]

SymPy[6] – це спеціальна бібліотека для мови програмування Python яка використовується для розв'язання диференціальних рівнянь. Використовуючи SymPy можливо вирішувати диференціальні рівняння у приватних похідних, лінійних, нелінійних чи з граничними умовами (рис. 3). Функціонал ресурсу досить просто збільшити, застосовуючи окремо поширювані бібліотеки NumPy та SciPy.[7] Подібні конфігурації SymPy та Python дозволять вирішити ширший діапазон задач, хоча і не є обов'язковим. Бібліотека є безкоштовною, але можуть виникнути проблеми при установці на операційну систему Windows, з операційними системами під управлінням Linux все набагато легше, існують навіть такі дистрибутиви як Anaconda, що мають вбудовану бібліотеку SymPy, до того ж на ОС Android її теж немає.

[1]:
```
import sympy as smp
x = smp.Symbol('x')
y = smp.Function("y")(x)
y.diff()
```

[1]: $\frac{d}{dx}y(x)$

[2]:
```
diff_eq = smp.Eq(((x*y)+(x**2)*(y**3))*y.diff(x), 1)
diff_eq
```

[2]: $\left(x^2y^3(x)+xy(x)\right)\frac{d}{dx}y(x)=1$

[3]:
```
sol = smp.dsolve(diff_eq, y)
sol
```

[3]: $C_1-\left(y^2(x)-2\right)\sqrt{e^{y^2(x)}}-\frac{\sqrt{e^{y^2(x)}}}{x}=0$

[4]:
```
diff_eq = smp.Eq((x*y.diff(x)-y)*smp.atan(y/x), x)
diff_eq
```

[4]: $\left(x\frac{d}{dx}y(x)-y(x)\right)\operatorname{atan}\left(\frac{y(x)}{x}\right)=x$

[6]:
```
diff_eq = smp.Eq(y.diff(x,x)-y, smp.tan(x))
diff_eq
```

[6]: $-y(x)+\frac{d^2}{dx^2}y(x)=\tan(x)$

[7]:
```
sol = smp.dsolve(diff_eq, y)
sol
```

[7]: $y(x)=\left(C_1-\frac{\int e^x\tan(x)\,dx}{2}\right)e^{-x}+\left(C_2+\frac{\int e^{-x}\tan(x)\,dx}{2}\right)e^x$

[8]:
```
diff_eq = smp.Eq((x*y.diff(x,x))+y.diff(x), x**3)
diff_eq
```

[8]: $x\frac{d^2}{dx^2}y(x)+\frac{d}{dx}y(x)=x^3$

[9]:
```
sol = smp.dsolve(diff_eq, y)
sol
```

[9]: $y(x)=C_1+C_2\log(x)+\frac{x^4}{16}$

Рисунок 3. - Розв’язування диференціального рівняння засобами SymPy[6]

Отже з власного досвіду можу сказати, що для мене, як майбутнього програміста найзручнішою програмою є Maple, оскільки вона має найпростіший та естетично гарний дизайн, до того ж більшість функцій є інтуїтивно зрозумілими, чого не скажеш про програми-аналоги, й найголовніше це те, що в Maple можна змінювати умову рівнянь чи функцій навіть якщо дія вже була виконана. Також на мою думку аналогічні до Maple додатки треба доробити, наприклад бібліотека SymPy потребує збільшення кількості платформ які її підтримують.

Список використаних джерел

1. *Leigh C. Becker Ordinary Differential Equations: Concepts, Methods, and Models. – Christian Brothers University Memphis, TN 2012–2013 Edition*
2. *http://hypertextbook.com/eworld/packages/*
3. *Гой Т. П. Диференціальні рівняння : навчальний посібник / Т. П. Гой, О. В. Махней. – Івано-Франківськ : Сімик, 2012. – 352 с*
4. *Wolfram Mathematica. URL: https://www.wolfram.com/mathematica/*
5. *Maplesoft Maple. URL: https://de.maplesoft.com/products/maple/*
6. *Python SymPy. URL: https://docs.sympy.org/latest/index.html*
7. *https://www.tutorialspoint.com/sympy/sympy_quick_guide.htm*

УДК 004.01

Бєляєв О.Д., здобувач кафедри прикладної математики
Ліваковський В.К., здобувач кафедри інформаційних технологій

ЕМПІРИЧНІ ОЦІНКИ СКЛАДНОСТІ ДЕЯКИХ АЛГОРИТМІВ В PYTHON

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

З теоретичної точки зору основним методом оцінки ефективності того чи іншого алгоритму за часовою та просторовою характеристиками є асимптотичний аналіз складності алгоритмів. Математичною основою аналізу складності алгоритмів є *O*-символіка Ландау [1].

Асимптотична складність алгоритму обчислюється відносно набору вхідних даних: найкращого випадку (найменша кількість операцій для реалізації алгоритму для конкретного екземпляра задачі – набору вхідних даних), найгіршого випадку (найбільша кількість необхідних дій) та середнього випадку (проміжний варіант).

В даній роботі для прикладу досліджений елементарний алгоритм лінійного пошуку [1] – алгоритм, який зазвичай з методичної точки зору розглядається для демонстрації методології асимптотичного аналізу складності алгоритмів.

Реалізація найгіршого випадку алгоритму лінійного (послідовного) пошуку має оцінку $O(n)$; середній випадок також має лінійну оцінку, а конкретно

$T(n) = \frac{n+1}{2}$ – у випадку, якщо шуканий елемент гарантовано наявний в наборі