

**УДК 519.7+004.6**

*Демашкевич А.В., здобувач I курсу  
СО «Магістр» спеціальності  
113 «Прикладна математика»  
Потапова Н.А., к.е.н., доцент,  
доцент кафедри інформаційних  
технологій*

## **ПОНЯТТЯ КЕРОВАНОГО ХАОСУ: ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ**

*Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця*

У навколишньому середовищі численні процеси є проявом хаосу. Найбільш обґрунтованим вважався підхід на засадах аналізу лінійних систем, проте теорія хаосу дала можливість досліджувати складні динамічні нерівноважні процеси живої та неживої природи. Застосування моделей та методів теорії хаосу знайшли своє застосування в різних сферах.

Науковий опис хаотичних процесів почався з робіт А. Пуанкаре. Над цією темою працювали Ж. Адамар та П. Дюгем, в роботах яких аналізувались залежності чутливості неперіодичних динамічних систем до початкових умов. У роботах американського метеоролога Е. Лоренса спостерігається новий підхід до розгляду хаотичних процесів та описується «ефект метелика». Поняття «теорії хаосу» було уведене Дж. Йорком, а розвиток даної теорії найбільш пов'язують з І. Прігожиным, в роботах якого підтверджується позитивна роль хаосу в соціальних та біологічних системах [2].

Зараз теорія хаосу застосовується практично в усіх наукових дослідженнях, де необхідно передбачити кінцевий чи проміжний стан якого-небудь процесу, враховуючи його первинне положення, також явища керованого хаосу описуються в дослідженнях з соціології, філософії, історії та інших науках. З огляду на широке розповсюдження цих підходів, метою роботи є розгляд поняття керованого хаосу та його основних визначень.

Під теорією хаосу розуміють розділ математики, що вивчає динамічні системи, які є детермінованими (тобто відповідні рівняння не містять випадкових величин чи процесів), однак, які в майбутньому ведуть себе як випадкові (мають непередбачувану в деякому розумінні поведінку)[3]. Теорія спирається на ключові ідеї синергетики, що вивчає загальні закономірності та принципи в основі процесів самоорганізації у відкритих системах різної природи. Сутність керованого хаосу полягає в тому, що повністю визначена динамічна система, при відсутності будь-яких випадкових впливів на неї, починає поводитися хаотичним чином. Однак у цій непередбачуваності при більш ретельному розгляді вдається виявити

ряд закономірностей у поведінці системи, що відрізняє дане явище від класичних випадкових процесів. Такі детерміновані хаотичні режими інколи є більш типовими режимами, ніж повністю передбачувані. Можна сказати, що оточуючий нас матеріальний світ «повністю занурений у хаос» [1]. Прикладами нелінійних динамічних систем є: атмосфера, гідросфера, біосфера, соціосфера, турбулентні потоки в тропосфері, біологічні популяції, соціальні і економічні системи та ін. Нелінійне середовище починає саме себе вишиковувати, організовувати, але необхідний хаос для ініціювання цього процесу, тобто деякий початковий спусковий механізм [4]. Лінійні системи ніколи не бувають хаотичними. Для того, щоб динамічна система була хаотичною, вона має бути нелінійною. Хоча загальноприйнятого математичного поняття хаосу немає, зазвичай використовується визначення, сформульоване Робертом Л. Девані, що для класифікації динамічної системи як хаотичної вона має мати наступні властивості: бути чутливою до початкових умов, топологічно транзитивною, мати щільні періодичні орбіти.

Важливим визначенням в контексті керованого хаосу є чутливість до початкових умов. Це означає, що всі точки, спочатку близько наближені між собою, у майбутньому мають траєкторії, що значно відрізняються. Таким чином, невелика зміна поточної траєкторії може призвести до значної зміни в її майбутній поведінці. У теорії хаосу чутливість до початкових умов відома як уже згаданий «ефект метелика»[3].

Математичним образом детермінованого хаосу найчастіше виступають так звані дивні атрактори – складним чином утворені граничні множини у фазових просторах динамічних систем. Перший дивний атрактор було побудовано американським дослідником Е.Н.Лоренцем у 1963 році при вивченні процесів теплообміну в рідині [1]. Поняття атрактора близько поняттю мети. Останнє можна розкрити в широкому змісті як спрямованість поведінки нелінійної системи, «кінцевий стан» системи. Під атрактором розуміють відносно стійкий стан системи, який як би притягує до себе безліч «траєкторій» системи, обумовлених різними початковими умовами [4].

Узагальнена математична умова виникнення хаосу полягає в тому, що якась система, що безперервно розвивається, повинна мати нелінійні характеристики і в цілому має бути глобально стійкою. В той же час ця система повинна мати хоча б одну нестійку точку рівноваги коливального типу. Наявність нестійкої точки рівноваги спроможна забезпечити можливість «ефекту метелика». Цим називають невеликі зміни, що відбуваються в системі і можуть призводити до великих і непередбачуваних наслідків у майбутньому. До стану хаосу системи можуть приходити різними шляхами. Одним з таких шляхів є біфуркація. Останнє являє собою процес якісного переходу від стану рівноваги до хаосу через послідовну

дуже малу зміну періодичних точок. Фізичний сенс біфуркації: точка біфуркації – точка розгалуження шляхів еволюції системи.

Для опису хаотичної поведінки у сучасних процесах використовується мова фракталів. Фракталами називаються об'єкти, що володіють властивістю самоподоби. Це означає, що малий фрагмент структури такого об'єкта подібний іншому, більшому фрагменту або навіть структурі в цілому [3]. Фундатором вивчення фракталів є франко-американський математик Б. Мандельброт. В середині 1960-х рр. він розробив те, що згодом назвав фрактальною геометрією природи. Важливим зауваженням Мандельброта є твердження, що той, хто відштовхується від лінійної перспективи, ніколи не бачитиме реального світу і тим більше не зможе функціонувати у реальному світі з успіхом і прибутком.

Сучасна наука все частіше застосовує динамічні математичні моделі з урахуванням теорії хаосу, особливо при прогнозуванні процесів, які відрізняються нестійкістю та високим ступенем залежності від випадкових чи непрогнозованих змін середовища. Таким чином, теорія хаосу і всі визначення, що входять до її складу, свідчать про її концептуальну продуктивність з міждисциплінарної позиції. Використання понять керованого хаосу є шляхом для розробки нових підходів створення систем, які будуть ефективно працювати в мінливому середовищі.

#### *Список використаних джерел*

1. Детермінований хаос. Дослідницька група НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»: веб-сайт. URL: <http://chaos.kpi.ua/uk/node/5> (дата звернення: 09.11.2022).
2. Капустян І. В. Теорія хаосу в моделюванні середовища функціонування підприємства. Економічна кібернетика: теорія, практика та напрямки розвитку: матеріали науково-практичної інтернет-конференції, м. Одеса, 24-25 лист., 2021р. Одеса, 2021. С. 84- 88.
3. Карпова Г. М., Коротун С. І. Основні поняття і категорії математичної теорії хаосу. Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Серія «Економіка». 2012. №3 (59). С. 99-107.
4. Сердюк О. О. Сучасні методи дослідження нелінійних динамічних систем: навч. посіб. Краматорськ : ДДМА, 2018. 120 с.

**УДК 330.3**

*Комар О.О., здобувачка  
Половенко Л.П., к. пед. н, доцент  
кафедри прикладної математики*

#### **МОДЕЛЬ СОЛОУ: ТЕХНОЛОГІЯ ЗАСТОСУВАННЯ**

*Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця*