

дуже малу зміну періодичних точок. Фізичний сенс біфуркації: точка біфуркації – точка розгалуження шляхів еволюції системи.

Для опису хаотичної поведінки у сучасних процесах використовується мова фракталів. Фракталами називаються об'єкти, що володіють властивістю самоподоби. Це означає, що малий фрагмент структури такого об'єкта подібний іншому, більшому фрагменту або навіть структурі в цілому [3]. Фундатором вивчення фракталів є франко-американський математик Б. Мандельброт. В середині 1960-х рр. він розробив те, що згодом назвав фрактальною геометрією природи. Важливим зауваженням Мандельброта є твердження, що той, хто відштовхується від лінійної перспективи, ніколи не бачитиме реального світу і тим більше не зможе функціонувати у реальному світі з успіхом і прибутком.

Сучасна наука все частіше застосовує динамічні математичні моделі з урахуванням теорії хаосу, особливо при прогнозуванні процесів, які відрізняються нестійкістю та високим ступенем залежності від випадкових чи непрогнозованих змін середовища. Таким чином, теорія хаосу і всі визначення, що входять до її складу, свідчать про її концептуальну продуктивність з міждисциплінарної позиції. Використання понять керованого хаосу є шляхом для розробки нових підходів створення систем, які будуть ефективно працювати в мінливому середовищі.

#### *Список використаних джерел*

1. Детермінований хаос. Дослідницька група НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»: веб-сайт. URL: <http://chaos.kpi.ua/uk/node/5> (дата звернення: 09.11.2022).
2. Капустян І. В. Теорія хаосу в моделюванні середовища функціонування підприємства. Економічна кібернетика: теорія, практика та напрямки розвитку: матеріали науково-практичної інтернет-конференції, м. Одеса, 24-25 лист., 2021р. Одеса, 2021. С. 84- 88.
3. Карпова Г. М., Коротун С. І. Основні поняття і категорії математичної теорії хаосу. Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Серія «Економіка». 2012. №3 (59). С. 99-107.
4. Сердюк О. О. Сучасні методи дослідження нелінійних динамічних систем: навч. посіб. Краматорськ : ДДМА, 2018. 120 с.

**УДК 330.3**

*Комар О.О., здобувачка  
Половенко Л.П., к. пед. н, доцент  
кафедри прикладної математики*

#### **МОДЕЛЬ СОЛОУ: ТЕХНОЛОГІЯ ЗАСТОСУВАННЯ**

*Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця*

Багато вчених вдавалися до методу моделювання з метою опису найскладніших економічних процесів, що включали безліч елементів. Для спрощення побудови подібних структур і відстеження закономірностей усередині них, економісти вдаються до деяких припущень та узагальнення. Велику увагу дослідників привертала процеси, що сприяли економічному зростанню. Так, однією з моделей, які намагаються пояснити причини та методи формування позитивних тенденцій у господарській системі, є модель Солоу.

Хоч дана модель була розроблена у 1956 році, вона є актуальною дотепер, адже є досить простим і надзвичайно зручними у використанні аналітичним інструментом. З її допомогою у свій час стало можливим досліджувати вплив на економічне зростання різних модифікацій виробничої функції, технічного прогресу, зміни норми заощаджень і оподаткування тощо – тобто вона є основою для деяких економічних напрямів і часто є об'єктом дослідження в сфері економіки.

Модель Солоу представляє аналіз економічного зростання з урахуванням впливу зовнішнього технічного прогресу, і навіть впливу виробничих чинників – капіталу праці. Можна виділити три основні цілі даної моделі:

- Пошук методів стабільного та високого темпу економічного зростання;
- Максимізація обсягів споживання;
- Аналіз впливу факторів демографічного зростання та впровадження новітніх технологій.

**Модель Солоу застосовується для:**

- Пояснення прискореного темпу економічного зростання країн з недостатніми обсягами капіталу.
- Пояснення відмінностей у темпах економічного зростання окремих країн.
- Післявоєнне зростання економік Японії та Німеччини (зниження капіталоозброєності - підвищення віддачі на капітал - перевищення наявними інвестиціями норми амортизації - акумуляція капіталу (нагромадження) – конвергенція) [1].

У загальному вигляді модель Солоу представлена на рисунку 1:

Виробництво залежить від капіталу та праці. А щоб розрахувати капіталоозброєність необхідно розділити виробничу функцію

$$y = y(K, L, T), \quad (1)$$

де  $K$  - основний капітал,  $L$  - вкладення праці,  $T$  - рівень розвитку технології.  
на працю

$$y = F(k), \quad (2.1)$$

$$\text{де } k=K/L, \quad (2.2)$$

виходить значення вкладеного капіталу на одиницю робочої сили. Тоді дохід можна розглядати залежно лише від капіталоозброєності. Обсяг капіталовіддачі можна простежити зсувами кривої  $y$ , тож можна відстежити збільшення випуску, якщо капіталоозброєність одного співробітника зростає на одиницю.

Солоу припустив, що попит на благо визначається інвесторами та покупцями. При цьому в стані так званої квазірівноваги створені блага повністю окупаються і на складах не залишається матеріально - виробничих запасів.

$$I=s(k), \quad (3)$$

Функція інвестиції в одиницю робочої сили, де  $s$  - амортизація. Обсяг споживання та інвестицій на рисунку 1 показані кривою  $sF(k)$ . Відстань між двома кривими графіка показує обсяг купівельного попиту.

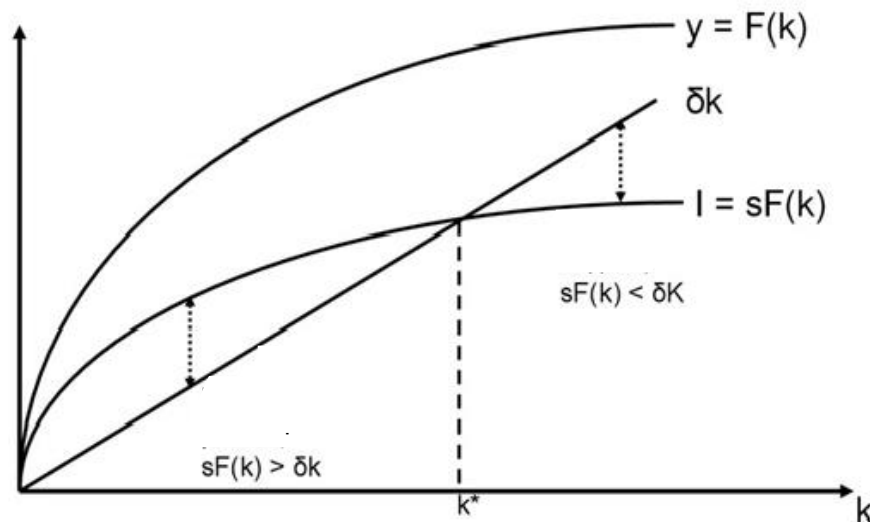


Рисунок 1 – Вихідна модель Солоу

Де  $\delta$  – норма амортизації. Якщо  $sF(k) > \delta k$  – капітал росте; якщо  $sF(k) < \delta k$  – капітал падає.

Основним завданням економістів є пошук рішень практичних завдань у сфері економічної політики. Модель Солоу допомагає знайти такий рівень виробництва, який зможе максимізувати споживчу спроможність суспільства за умов поточного темпу економічного зростання. Така модель називається «золотим правилом накопичення».

Золоте правило виконується за умови, що граничний продукт капіталу (МРК) дорівнює його вибуттю (амортизації –  $s$ )

$$\text{МРК} = s \quad [2], \quad (4)$$

Якщо нагромаджений в економіці обсяг капіталу перевищує рівень «золотого правила», то зниження рівня заощадження  $s'$  збільшуватиме споживання  $c$  упродовж усього перехідного періоду. І навпаки, якщо економіка має менше капіталу, ніж за «золотим правилом», то для досягнення рівня останнього нарощується обсяг інвестицій до рівня  $I^*k$  за рахунок скорочення споживання нинішніх поколінь [2].

Чинник демографічного зростання, як і вибуття капіталу зменшує його запаси. Збільшення кількості людей знижує продуктивність праці одного працівника. Для того, щоб компенсувати дані втрати, необхідно збільшити обсяг інвестицій з урахуванням приросту населення. Обсяг споживання також матиме тенденцію до зниження. Модель Солоу показує, що при високому темпі приросту населення, знижується показник капіталоозброєності, отже, зменшується дохід однієї людини.

Найосновнішим є те, що у моделі зростання Солоу зроблено припущення про взаємозамінність праці і капіталу. За умов існування ефективних ринків цих ресурсів, норма заощаджень в економіці прямо пов'язана з інвестиціями фірм. Чим вищою є норма заощаджень, тим меншою буде величина капіталу у порівнянні із заробітною платою і тим більше капіталу використовується замість праці, і навпаки.

Прийнявши це припущення, у моделі Солоу доведено, що, за незмінності технології у довгостроковому періоді, кількість капіталу, що припадає на одного працівника, буде незмінною, тоді залишиться постійною й реальна заробітна плата. За цих умов зростання доходу, спрямованого на заощадження, вплине на темпи зростання тільки у короткостроковому періоді. Висновком до цих міркувань є те, що у довгостроковому періоді основним чинником економічного зростання стає розвиток техніки та технології [3].

Підбиваючи підсумки можна сказати що технологіями застосування моделі Солоу є ускладнення та використання більш високих технологій у виробництві здатне збалансувати інвестиції, капітал та продуктивність у довгостроковому періоді. Механізми моделі спрямовані на досягнення «золотої середини» (слідуючи «золотому правилу») щоб досягти оптимальної для суспільства точки, у якій обсяг споживання суспільства є максимальним.

#### *Список використаних джерел*

1. Шевчук В. Міжнародні економічні відносини. Модель Солоу[Електронний ресурс]. 29 жовтня 2015 р. С. 19. – Режим доступу:  
<http://www.lute.lviv.ua/fileadmin/www.lac.lviv.ua/data/kafedry/MEV/Shevchuk/29-MEV-7Solow.pdf>

2. Пістунов І.М. Моделі економічного зростання[Електронний ресурс]: Навч. посібник. Дніпро НТУ «ДП» 2019. С. 70-71. – Режим доступу: <http://pistunovi.inf.ua/MEG.pdf>

3. В'ячеслав Ковальчук. Нобелівські лауреати в сфері економіки [Електронний ресурс]: Вісник ТНЕУ № 3, 2008 р. С. 140 – 141. – Режим доступу: <http://dspace.wnu.edu.ua/bitstream/316497/26796/1/%D0%9A%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%87%D1%83%D0%BA.PDF>.

## УДК 330.3

Костенко Р.О., здобувач гр. КН-21-В  
Половенко Л.П., к.пед.н, доцент,  
доцент кафедри прикладної  
математики

### АНАЛІЗ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ ДИНАМІКИ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ ХАРРОДА – ДОМАРА.

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

В економічних дослідженнях для відображення зв'язку між рівнем заощадження, інвестиціями та економічним зростанням використовується Модель Харрода-Домара. Автори будували модель на підставі того, що у разі збільшення продуктивності праці коефіцієнт капіталомісткості суттєво не зміниться. У цьому випадку зростає і відношення капіталу до праці, і відношення виробленої продукції до трудових витрат. Отже, коефіцієнт «капітал-виробництво» залишається незмінним.

Представлена модель розкриває складні взаємозв'язки, здатні врівноважити змінні зростання не у відносно короткий термін, а в довгостроковому періоді. Мета моделі – підказати, які умови необхідні для постійного, рівномірного зростання.

Як приклад моделі, розглянемо найпростіший варіант з безперервним часом. Модель описує динаміку доходу  $Y(t)$ , який розглядається як сума споживання  $C(t)$  та інвестицій  $I(t)$ . Економіка вважається закритою, тому чистий експорт дорівнює нулю, а державні витрати на моделі не виділяються. Основна передумова моделі зростання - формула взаємозв'язку між інвестиціями та швидкістю зростання доходу. Передбачається, що швидкість зростання доходу пропорційна інвестиціям:

$$I(t) = B * (dY/dt), \quad (1)$$

де  $B$  - коефіцієнт капіталомісткості приросту доходу, або приросту капіталомісткості (відповідно, обернена йому величина  $1/B$  називається приростною капіталовіддачею). Тим самим у модель фактично включаються такі передумови: