2. *Sokhatsky F.M., Lutsenko A.V. Classification of quasigroups according to directions of translations II. Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae. 2021. Vol. 62, No 3. P. 309-323.*
3. *Sokhatsky F.M., Lutsenko A.V., Fryz I.V. Constructing quasigroups with invertibility property, Math. Methods and Physic. Fields, 64 (2021), No.4 (in Ukrainian).*
4. *Lutsenko A.V. Classification of group isotopes according to their inverse properties. Applied problems of mechanics and mathematics. - 2020. - Vol. 13, 48-62. DOI:10.15407/apmm2020.18.48-61*

УДК 512.548

Сохацький Ф.М., д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики
Фриз І.В., к.ф.-м.н., ст. викладач кафедри прикладної математики

ПОБУДОВА МЕДІАЛЬНИХ ТОТАЛЬНО-ПАРАСТРОФНО ОРТОГОНАЛЬНИХ ТЕРНАРНИХ КВАЗІГРУП

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Квазігрупові алгебри з властивістю ортогональності знаходять своє застосування як в алгебрі, так і в комбінаториці, геометрії, криптографії, теорії кодування тощо, зокрема зв'язок між ортогональністю та максимально дистанційно роздільними (МДР) кодами описаний в [1]. Проте проблема їх побудови досі є відкритою. Це питання для операцій арності більше двох вивчалося у [2, 3, 4], для квазігруп – у [5].

Тернарна операція f, яка визначена на множині Q порядку m, називається *оборотною*, а групоїд $(Q;f)$ називається *квазігрупою* порядку m, якщо для будь-яких $a,b\in Q$ кожен з термів $f(x,a,b)$, $f(a,x,b)$, $f(a,b,x)$ визначає підстановку множини Q. Кожній тернарній квазігрупі порядку m відповідає *латинський куб* порядку m, тобто тривимірний масив m різних символів із Q, кожен з яких зустрічається точно один раз у кожній лінії.

Трійка тернарних операцій f_1,f_2,f_3, які визначені на множині Q, називаються *ортогональними* [2], якщо система

$$\begin{cases} f_1(x_1,x_2,x_3)=a,\\ f_2(x_1,x_2,x_3)=b,\\ f_3(x_1,x_2,x_3)=c \end{cases}$$

має єдиний розв’язок для всіх $a,b,c\in Q$. Множина тернарних операцій $\Sigma=\{f_1,f_2,f_3,\dots,f_s\}$ називається *ортогональною*, якщо кожна трійка різних операцій із Σ є ортогональною, де $s\geq 3$. Ортогональність трьох операцій означає, що відносно накладання відповідних латинських кубів кожна утворена трійка елементів зустрічається точно один раз.

Для кожної перестановки $\sigma \in S_n$, *σ-парастроф* ${}^{\sigma}f$ оборотної тернарної операції f визначається співвідношенням

$$ {}^{\sigma}f(x_{1\sigma}, x_{2\sigma}, x_{3\sigma}) = x_{4\sigma} :\quad \Leftrightarrow \qquad f(x_1, x_2, x_3) = x_4. $$

σ-парастроф називається

- *i-им діленням*, якщо $\sigma = (i4)$,
- *головним парастрофом*, якщо $4\sigma = 4$.

Кожна тернарна квазігрупа має 4! парастрофи, 3! з яких є головними. Квазігрупа називається *асиметричною*, якщо всі її парастрофи є різними, *парастрофно-ортогональною*, якщо множина її парастрофів є ортогональною, *тотально-парастрофно ортогональною* (top), якщо кожна множина її парастрофів є ортогональною.

Теорема 1 [6]. Тернарна квазігрупа $(Q; f)$ є медіальною тоді і тільки тоді, коли існує абелева група $(Q; +)$ така, що

$$ f(x_1, x_2, x_3) = \varphi_1 x_1 + \varphi_2 x_2 + \varphi_3 x_3 + a, \tag{1} $$

де $\varphi_1,\ \varphi_2,\ \varphi_3$ – попарно комутуючі автоморфізми групи $(Q; +)$ і $a \in Q$.

Поліном f над комутативним кільцем K називатимемо *оборотнозначним* над підмножиною $H \subseteq K$, якщо $f(a, b, c)$ є оборотним у K для будь-яких $a, b, c \in H$.

Нижче наведена теорема описує умови коли асиметрична квазігрупа є тотально-парастрофно ортогональною, що узагальнює результат із [7].

Теорема 2. Медіальна тернарна квазігрупа $(Q; f)$, яка визначається рівністю (1) є top-квазігрупою тоді і тільки тоді, коли кожен з поліномів

$$ p_1(\gamma_1, \gamma_2) \coloneqq \gamma_1 - \gamma_2, $$
$$ p_2(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \coloneqq \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3, $$
$$ p_3(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \coloneqq \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 + \gamma_3 - \gamma_1\gamma_2 - \gamma_1\gamma_3 - \gamma_2\gamma_3, $$
$$ p_4(\gamma_1, \gamma_2) \coloneqq \gamma_1 + \gamma_2, $$
$$ p_5(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \coloneqq \gamma_1^2 - \gamma_2\gamma_3, $$
$$ p_6(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4) \coloneqq \gamma_1\gamma_2 - \gamma_3\gamma_4, $$
$$ p_7(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4) \coloneqq \gamma_1\gamma_2 + 2\gamma_1\gamma_3 - \gamma_3\gamma_4, $$
$$ p_8(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4) \coloneqq \gamma_1^3 + \gamma_2^2\gamma_4 + \gamma_2\gamma_3^2 - \gamma_1\gamma_2\gamma_3 - \gamma_1\gamma_2^2 - \gamma_1\gamma_3\gamma_4, $$
$$ p_9(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4) \coloneqq \gamma_1^3 + 2\gamma_2\gamma_3\gamma_4 - \gamma_1\gamma_3^2 - \gamma_1\gamma_2^2 - \gamma_1\gamma_4^2, $$
$$ p_{10}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4) \coloneqq \gamma_1^2\gamma_4 + \gamma_1\gamma_2\gamma_4 + \gamma_2\gamma_3^2 - \gamma_1^2\gamma_3 - \gamma_2^2\gamma_4 - \gamma_1\gamma_3\gamma_4. $$

є оборотнозначним над множиною $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$, де $\varphi_4 \coloneqq J$.

Список використаних джерел

1. *Ethier J.T., Mullen G.L. Strong forms of orthogonality for sets of hypercubes. Discrete Math. 2012. Vol. 312, Iss. 12-13. P. 2050-2061.*
2. *Belyavskaya G.B., Mullen G.L. Orthogonal hypercubes and n-ary operations, Quasigroups Related System. 2005. Vol. 13. P. 73–76.*

3. *Fryz I.V., Sokhatsky F.M. Block composition algorithm for constructing orthogonal n-ary operations, Discrete Math. 2017. Vol. 340, Iss. 8. P. 1957–1966.*
4. *Markovsky S., Mileva A. On construction of orthogonal d-ary operations, Publications de l'institut math´ematique, Nouvelle s´erie. 2017. Vol. 101 (115). P. 109–119.*
5. *Evans T. The construction of orthogonal k-skeins and latin k-cubes, Aequationes Math. 1976. Vol. 13, Iss. 3. P. 485–491.*
6. *Белоусов В.Д. n-арные квазигруппы. Кишинев: Штиинца 1972. 224 с.*
7. *Белявская Г.Б. Попович Т.В. Тотально парастрофно-ортогональные квазигруппы и полные графы, Фундамент. и прикл. матем. 2010. Том 16, выпуск 8. С. 17–26.*

УДК 514.1+519.17+530.1+517.9

Стефанишен А. А. здобувач
Половенко Л. П., доцент, доцент
кафедри прикладної математики

ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИКИ В РОЗРОБЦІ КОМП'ЮТЕРНИХ ІГОР

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Сьогодні сфера розробки відео-ігор(надалі: геймдев) розвинулася до величезних розмірів, тому майже кожен, хто так чи інакше пов'язаний з розробкою певного ПЗ, задумувався про те, щоб піти у сферу геймдеву. Проте кожен хто про це розмірковував, наступним кроком задавався питанням: «А чи потрібна там математика?».

Основні напрямки математики, які необхідні під час розробки гри:

- геометрія – це фігури, з яких складається ігровий світ і персонажі в ньому;
- графи та вектори – пересування ігрових персонажів та пошук маршрутів по ігровому світу;
- математика в фізиці – змушує ігровий світ поводитися так, щоб він був більш реальним [1];
- диференціальні рівняння – описує поведінку об'єкта керування тощо.

Вектори є фундаментальними об'єктами в будь якій 3D грі, вони використовуються для визначення напрямків руху різних об'єктів, вираховування відстані, вектори використовуються і як точки, визначаючи позицію елементів в ігровому світі тощо.

Як приклад використання векторів, можна взяти просту ілюстрацію: