

УДК: 512.644

*Бондурівський А. В., здобувач вищої освіти,
Луценко А. В., доктор філософії з математики,
в. о. зав. кафедри прикладної математики та кібербезпеки,
Донецький національний університет імені Василя Стуса*

ПРО МАГІЧНІ КВАДРАТИ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

Анотація. У роботі йдеться про магічні квадрати. Описано історію та їх стародавнє використання. Звернено увагу на саме поняття магічного квадрата та їх класифікацію. Розглянуто властивості магічних квадратів та можливості застосування.

Ключові слова: магічний квадрат, властивості магічних квадратів, нормальний магічний квадрат, магічна константа, напівмагічний квадрат.

Вступ. Магічний квадрат – це таблиця, історія якої розпочинається ще в 190 році до нашої ери, таблиця, яка описується прикметником «магічний». Із ним пов'язано багато містичних легенд у стародавньому Китаї, він використовувався як інструмент для виготовлення парфумів в Індії. Сьогодні цей математичний об'єкт відіграє важливу роль у теорії чисел, комбінаториці та навіть мистецтві. В алгебрі магічний квадрат називають латинським квадратом.

Магічний квадрат – це таблиця чисел розміром $n \times n$, де суми чисел у кожному рядку, кожному стовпці та обох головних діагоналях однакові. Результат цієї суми називається «магічною константою» (рис. 1).

A	B	C
D	E	F
G	H	I

Рисунок 1 – Магічний квадрат третього порядку

$$\begin{array}{ll}
 A + B + C = N & B + E + H = N \\
 D + E + F = N & C + F + I = N \\
 G + H + I = N & A + E + I = N \\
 A + D + G = N & C + E + G = N
 \end{array}$$

Нормальний / звичайний магічний квадрат – це група послідовних чисел, починаючи з 1, розташованих у формі квадрата. Числа в магічному квадраті розташовані так, що кожен горизонтальний рядок, вертикальний стовпець і його діагональ дорівнюють константі (рис. 2) [2].

2	7	6	→	15
9	5	1	→	15
4	3	8	→	15
↙	↓	↓	↓	↘
15	15	15	15	15

Рисунок 2 – Нормальний магічний квадрат із магічною константою 15 [3]

Для звичайного магічного квадрата третього порядку дев'ять послідовних цілих чисел повинні бути розташовані в кожній клітинці. Магічна константа для нього дорівнює загальній сумі 15.

$$M = \frac{n(n^2 + 1)}{2}. \quad (1)$$

Існує багато різних видів магічних квадратів, найважливіші з них такі:

- тривіальний магічний квадрат – квадрат, який має принаймні один повторюваний запис;
- напівмагічний квадрат – квадрат, у якому одна чи обидві діагональні суми не рівні. Такий магічний квадрат може бути створений внаслідок невдалої спроби скласти звичайний магічний квадрат;
- латинський квадрат – своїми елементами має букви латинського алфавіту;
- греко-латинський квадрат – своїми елементами має букви латинського алфавіту, на які накладені букви з грецького алфавіту [3].

Властивості магічних квадратів [1]:

1. Квадрат залишається магічним, якщо його елементи повернути на 90° , 180° , чи 270° , або дзеркально відобразити по будь-якій осі. Ці перетворення зберігають магічну константу, але змінюють розташування чисел.
2. Сума двох магічних квадратів одного порядку також є магічним квадратом.
3. Транспонований магічний квадрат також є магічним квадратом.
4. Всі елементи магічного квадрата можна додати, відняти, помножити та поділити на одне і те саме число.
5. Нормального магічного квадрата другого порядку не існує.

Висновки. Магічний квадрат – це математичний об'єкт, який поєднує в собі історію, культуру різних народів та математичну теорію, йому властива числова закономірність і симетрія. Знання та його використання можуть допомогти в кодуванні, військовій справі та навіть у сільському господарстві.

Список використаних джерел

1. Daryl Lynn Stephens B S. ED., M. ED. Matrix properties of magic squares. 1993. P. 31.
2. JGan Yee Siang, Fong Wan Heng, Nor Haniza Sarmin. Properties and Solutions of Magic Squares. 2012. P. 14.
3. Tyler Pringle. Magic Squares and Using Magic Series for Theory. 2024. P. 10.