

*Матвієва А. І., здобувач вищої освіти,
Луценко А. В., доктор філософії з математики,
в. о. зав. кафедри прикладної математики та кібербезпеки,
Донецький національний університет імені Василя Стуса*

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ТЕОРІЇ ІГОР

Анотація. Теорія ігор досліджує стратегічні взаємодії між учасниками в конфліктних або кооперативних ситуаціях. Основними математичними методами є матричні ігри, рівновага Неша та методи лінійного програмування. Ці підходи широко застосовуються в економіці, соціології та інженерних науках для вирішення прикладних завдань.

Ключові слова: матричні ігри, рівновага Неша, лінійне програмування, теорія ймовірностей, кооперативні ігри.

Вступ. Теорія ігор – це математичний інструмент для аналізу стратегічних взаємодій у конфліктних або кооперативних середовищах. Вона допомагає моделювати ситуації, коли рішення одного учасника впливає на результати інших. Розроблена в середині ХХ століття завдяки роботам Джона фон Неймана та Оскара Моргенштерна, а також Джона Неша, теорія ігор стала ключовою дисципліною в економіці та управлінні.

Основний матеріал. *Рівновага Неша.* Одним із фундаментальних математичних методів у теорії ігор є *аналіз рівноваги Неша*. Рівновага Неша описує ситуацію, в якій жоден гравець не може покращити свій вигравш, змінюючи свою стратегію в односторонньому порядку. Це поняття застосовується як у кооперативних, так і в некооперативних іграх. Для знаходження рівноваги Неша використовуються алгоритми розв'язання систем лінійних рівнянь. Особливо важливим цей метод є в економічних моделях, де гравцями можуть бути фірми або індивіди. Рівновага Неша має застосування в економічних моделях, як-от конкуренція на ринку (наприклад, модель Курно), де фірми конкурують за максимізацію своїх прибутків, не змінюючи стратегії конкурентів.

Матричні ігри. Матричні ігри є класом стратегічних ігор із двома гравцями, кожен з яких має скінченний набір стратегій. У таких іграх результат визначається через платіжну матрицю, де кожен елемент представляє вигравш одного гравця за певного вибору стратегій обох гравців. Матричні ігри застосовуються для вирішення задач з обмеженою кількістю можливих рішень. Прикладом є *дилема в'язня*, де двоє гравців повинні вибрати між співпрацею або зрадою, причому вигравш кожного залежить від вибору іншого гравця. Модель використовується для аналізу економічної конкуренції, політичних рішень та міжнародних відносин.

Методи лінійного програмування. У кооперативних іграх, де гравці можуть укладати угоди та розподіляти ресурси, широко застосовується лінійне програмування. Метод симплекс, один із головних алгоритмів лінійного програмування, дає змогу знаходити оптимальні рішення для максимізації або мінімізації цільових функцій за умов обмежень. У кооперативних іграх цей підхід застосовується для розподілу вигравшу між учасниками коаліцій. Відомою моделлю є Shapley

value, що використовується для оцінки справедливого розподілу прибутків або ресурсів між гравцями коаліції.

Теорія ймовірностей і ігри з невизначеністю. У деяких іграх гравці стикаються з невизначеністю щодо дій або намірів інших гравців. У таких випадках застосовується *теорія ймовірностей*, яка допомагає моделювати рішення в умовах неповної інформації. Прикладом таких ігор є *Бассівські ігри*, в яких гравці мають лише ймовірнісні оцінки щодо стратегій опонентів. В економіці цей підхід використовується для аналізу ринкових ситуацій з асиметричною інформацією, де один учасник ринку має більше інформації, ніж інший (наприклад, продавець і покупець на ринку нерухомості).

Диференціальні ігри. Особливим класом є *диференціальні ігри*, які використовуються для моделювання процесів, що відбуваються в часі. Цей метод дає змогу аналізувати динамічні системи, де стратегічні рішення змінюються з плином часу. Диференціальні ігри знаходять застосування в інженерії та біології для моделювання систем контролю та еволюційних процесів.

Висновки. Математичні методи в теорії ігор дають змогу формалізувати та вирішувати широкий спектр стратегічних завдань у різних галузях – від економіки до біології. Використання методів рівноваги Неша, лінійного програмування, теорії ймовірностей та диференціальних ігор дає змогу прогнозувати та оптимізувати поведінку учасників у різних системах, що робить ці підходи невід’ємною частиною сучасної математичної науки.

Список використаних джерел

1. Owen G. Game Theory. 4th Edition. Academic Press, 2001. 451 p. URL: <http://surl.li/sdoonr> (дата звернення: 17.10.2024).
2. Myerson R. B. Game Theory: Analysis of Conflict. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1997. 568 p. URL: <http://surl.li/vqdcgdg> (дата звернення: 17.10.2024).
3. Von Neumann J., Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton University Press, 1944. 625 p. URL: <http://surl.li/rexbtr> (дата звернення: 18.10.2024).
4. Nash J. Non-Cooperative Games. *Annals of Mathematics*. 1951. Vol. 54, № 2. P. 286–295. URL: <http://surl.li/wnajlj> (дата звернення: 18.10.2024).
5. Shapley L. S. A Value for N-Person Games. *Contributions to the Theory of Games*. 1953. Vol. II. P. 307–317. URL: <http://surl.li/jqcaib> (дата звернення: 18.10.2024).