УДК 658.681

Штельмах Д. О., здобувач вищої освіти,
Веселовська Н. Р., д-р техн. наук, професор,
професор кафедри прикладної математики та кібербезпеки,
Донецький національний університет імені Василя Стуса

ОБРОБКА СТАТИСТИКИ ПРАВИЛЬНИХ І ПОМИЛКОВИХ РІШЕНЬ У БАГАТОАЛЬТЕРНАТИВНІЙ СИТУАЦІЇ

Анотація. Багатоальтернативна ситуація передбачає наявність невизначеності, що до оптимального ступеня усувається в процесі прийняття рішення. Повне усунення невизначеності теоретично, а ще більшою мірою практично недосягнуто. Результат прийнятого рішення може бути правильним або помилковим, тому задача полягає у відшуканні математичної залежності ймовірностей правильних і помилкових рішень як функцій параметрів системи діагностування.

Ключові слова: інформація, діагностування, система.

Вступ. На сучасному етапі важливою задачею є розгляд процедури прийняття рішення про відповідність невідомого повідомлення, що передається, повідомленню $S_i(t)$. Водночас виникає дві принципові можливості: повідомлення, що передається, є повідомлення $S_i(t)$, і повідомлення, що передається, не є повідомлення $S_i(t)$. Тому може бути два правильні рішення і можуть виникнути помилки двох видів. Правильні рішення: $S_i(t)$, що передається, відповідає $S_i(t)$ прийнятому, і $S_i(t)$, що передається, відповідає не $S_i(t)$. Помилкові рішення: $S_i(t)$, що передається, прийняте як $S_i(t)$, і $S_i(t)$, що передається, прийняте як $S_i(t)$.

Основний виклад матеріалу. Розглядається зміна щільності ймовірності статистичного математичного сподівання [2] деякого сигналу $x_i(t)$ як функції часу діагностування. Умовна ймовірність того, що прийом повідомлення $S_i(t)$ виявиться правильним, висловлюється в вигляді:

$$q_{i,i} = \int_{m_i^-}^{m_i^+} W_i\,(m)dm, \tag{1}$$

де $q_{i,i}$ – умовна ймовірність правильного прийому $S_i(t)$-повідомлення, $W_i(m)$ – щільність розподілу [4] статистичного математичного сподівання $x_i(t)$-сигналу, m_i^+ – верхнє еталонне (порогове) значення, m_i^- – нижнє еталонне (порогове) значення.

Умовна ймовірність того, що прийом повідомлення $S_i(t)$ виявиться помилковим, визначається складним виразом, яке є сумою умовних ймовірностей помилкових рішень. Враховуючи стаціонарність завади під час діагностування будь-якого стану об'єкта діагностування і залежність дисперсії статистичного математичного сподівання сигналу від часу спостереження, запишемо апостеріорні ймовірності [1]:

1) Правильного прийняття рішення під час діагностування i-го стану об'єкта діагностування [3]:

$$P_{ik,ik} = P_{i,i} + P_{k,k} = \frac{1}{n}\int_{m_{i-1}^{+}}^{m_i^{+}} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}} exp\left[-\frac{(m-a_i)^2}{\frac{4}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}\right]dm +$$

$$+\frac{1}{n}\sum^{k=n} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}} exp\left[\frac{(m-a_k)^2}{\frac{4}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}\right]dm. \quad (2)$$

2) Помилкового прийняття рішення під час діагностування стану об'єкта діагностування:

$$P_{ki,ki} = P_{i,k} + P_{k,i} = \frac{1}{n}\int_{-\infty}^{m_i^{-}} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}} exp\left[-\frac{(m-a_i)^2}{\frac{4}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}\right]dm +$$

$$+\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n}\int_{m_k^{-}}^{m_k^{+}} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}} exp\left[-\frac{(m-a_i)^2}{\frac{4}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}\right]dm +$$

$$+\frac{1}{n}\int_{m_{n1}^{+}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}} exp\left[-\frac{(m-a_i)^2}{\frac{4}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}\right]dm + \quad (3)$$

$$+\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n}\int_{m_{k=1}^{+}}^{m_k^{+}} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}} exp\left[-\frac{(m-a_k)^2}{\frac{4}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)R_{0\xi}(\tau)d\tau}\right]dm.$$

Для обчислення інформації в процесі багатоальтернативного діагностування:

$$I = H_0 - H_1 = \sum_{i=1}^{i=n} H_{0i} - \sum_{i=k=1, i\neq k}^{k\neq n, i=n}\left[P_{ik,ik}\log_2 P_{ik,ik} + \left(1-P_{ik,ik}\right)\log_2\left(1-P_{ik,ik}\right)\right]. \quad (4)$$

Припустимо, що у випадку прийняття помилкового рішення про належність $S(t)$ стану $S(t)$ ціна помилки пропорційна відстані $|m_k - m_i|$, тобто пропорційна модулю різниці математичних сподівань істинного і помилкового повідомлення. Тоді повний ризик, що викликається помилками під час багатоальтернативного діагностування інформаційних систем, можна визначити у вигляді:

$$r_0 = \sum_{k=1, k\neq i}^{k=n} L(m_k - m_i)\cdot P_{ik,ki}. \quad (5)$$

Повний ризик у разі застосування багатоальтернативного діагностування:

$$R = r_0 + W_t(T) + W_n(n). \quad (6)$$

Водночас повний виграш у разі використання багатоальтернативного діагностування визначається як різниця між надходженнями у разі діагностування і витратами, пов'язаними з виконанням діагностування:

$$W_{в} = W_{п} - R. \tag{7}$$

У разі прийняття рішення в багатоальтернативній ситуації використовуються такі критерії оцінки ефективності [5]:

1) критерій мінімуму ризику за багатоальтернативного діагностування відповідає $R = min$;

2) критерій максимуму вигідності за $W_{в} = max$;

3) критерій ефективність / ризик;

4) критерій ефективність / вигідність.

Висновки. Виявлено, що залежно від вигляду прийнятого рішення істотною мірою залежить ефективність роботи всього комплексу. Розроблені математичні моделі для обґрунтування алгоритмів прийняття рішення під час діагностування інформаційних систем в альтернативних ситуаціях та отримані математичні описи інформаційних процесів під час прийняття рішення.

Список літературних джерел

1. Файнзільберг Л. С., Жуковська О. А., Якимчук В. С. Теорія прийняття рішень: підручник для студентів спеціальності «Комп'ютерні науки та інформаційні технології», спеціалізації «Інформаційні технології в біології та медицині». Київ: Освіта України, 2018. 246 с. URL: https://fainzilberg.irtc.org.ua/files/UCHEBNIK_TPR.pdf (дата звернення: 22.10.2024).

2. Теорія ймовірностей: методичні вказівки до виконання модульної роботи № 7 (у двох частинах). Частина 2. Випадкові величини / укл. В. М. Кузнецов, Т. М. Бусарова, О. В. Звонарьова, Т. А. Агошкова; Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна. Дніпропетровськ, 2013. URL: https://diit.ust.edu.ua/upload/files/shares/OBZ/1341.pdf (дата звернення: 22.10.2024).

3. Ус С. А., Коряшкіна Л. С. Моделі й методи прийняття рішень: навч. посіб. / М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». 2-ге вид. випр. Дніпро: НТУ «ДП», 2018. 300 с. URL: surl.li/axxzhn (дата звернення: 22.10.2024).

4. Млавець Ю. Ю., Шаркаді М. М. Теорія ймовірностей і математична статистика (стислий конспект лекцій для студентів нематематичних спеціальностей). Ужгород: ДВНЗ «УжНУ», 2015. 48 с. URL: https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib.pdf (дата звернення: 22.10.2024).

5. Кушлик-Дивульська О. І., Кушлик Б. Р. Основи теорії прийняття рішень. Київ, 2014. 94 с. URL: https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/f9d59169-7c45-4661-8165-6931d004ca62/content (дата звернення: 22.10.2024).