

*Матвійчук Р. Д., здобувачка вищої освіти,
Данильчук О. М., канд. пед. наук, доцент,
доцент кафедри прикладної математики та кібербезпеки,
Донецький національний університет імені Василя Стуса*

МІЖДИСЦИПЛІНАРНИЙ ПІДХІД У STEM-ОСВІТІ: РОЛЬ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ У ФІЗИЦІ

Анотація. Досліджено застосування лінійної алгебри у фізиці. Проаналізовано ключові інструменти лінійної алгебри та продемонстровано їх практичну цінність для моделювання фізичних явищ і необхідність посилення міжпредметних зв'язків у STEM-освіті.

Ключові слова: лінійна алгебра, фізика, міжпредметні зв'язки, STEM-освіта, квантова механіка, системи лінійних рівнянь.

Вступ. У сучасних освітніх підходах багато часу приділяється знаходженню міжпредметних зв'язків, зокрема між математикою та фізикою. Більшість шкіл активно запроваджують у своє навчання STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics, укр. «Наука, технології, інженерія, математика») – напрям в освіті, за якого в навчальних програмах посилюється природничо-науковий компонент і додаються інноваційні технології. Поширення STEM зумовлене дефіцитом спеціалістів у галузях математики, природничих, комп'ютерних наук та технологій. Найгостріше така проблема спостерігається в США, Британії та Німеччині [1]. STEM отримує пряме продовження у різних професіях, як-от архітектор, розробник програмного забезпечення, аналітик даних, інженер-хімік, інженер-електрик, інженер-механік, спеціаліст з обробки даних, геолог, фізик, ІТ-менеджер [2]. Тому поєднання кількох предметів наразі є сучасним та важливим освітнім підходом.

Основний текст. Важливою галуззю математики, яка знаходить своє застосування у фізичних дослідженнях та моделях, є лінійна алгебра. Вона містить багато потужних інструментів, які можна використовувати для опису фізичних явищ, зокрема руху тіл, електричного струму, коливання, квантових станів тощо. До таких інструментів можна віднести матриці, вектори, системи лінійних рівнянь.

Водночас у шкільній програмі математика й фізика часто вивчаються ізольовано, без достатнього акценту на практичне застосування алгебраїчних методів у фізичних задачах. Це знижує мотивацію учнів і ускладнює сприйняття навчального матеріалу.

Тому інтеграція елементів лінійної алгебри у процес вивчення фізики є актуальним напрямом удосконалення освітнього процесу, який сприятиме розвитку системного мислення, аналітичних здібностей і вміння застосовувати математичні знання у прикладних ситуаціях.

Мета нашої роботи – дослідити можливості використання елементів лінійної алгебри у фізиці, визначити найбільш ефективні, які допоможуть підвищити ефективність вивчення математики та фізики, а також сприятимуть посиленню міжпредметних зв'язків.

Лінійна алгебра є основою для математики та застосовується у багатьох розділах фізики, зокрема у класичній механіці, електромагнетизмі, квантовій механіці, загальній теорії відносності тощо. Тому ця галузь розвивається як у теоретичному аспекті, спираючись на математичну структуру, так і в напрямі її застосувань у фізиці [3].

Ознайомившись із багатьма статтями та прикладами, можна стверджувати, що лінійна алгебра створює основу фізики та техніки, надаючи потужні інструменти для моделювання та вирішення складних проблем. Від квантової механіки до класичних систем вона пропонує уніфіковану математичну структуру для опису різноманітних явищ.

Перша сфера, де використовується лінійна алгебра, – це квантова механіка та використання векторів стану: лінійна алгебра створює математичну основу для опису та вирішення проблем класичної та квантової механіки; вектори стану в квантовій механіці – це вектори в комплексних гільбертових просторах; рівняння Шредінгера, виражене у вигляді лінійної системи рівнянь у матричній формі; тензорні добутки описують складені квантові системи.

Друга сфера, де ми використовуємо інструментарій лінійної алгебри, – це класична механіка: лінійна алгебра розв'язує системи лінійних диференціальних рівнянь у класичній механіці, наприклад, аналіз руху подвійного маятника; тензор моменту інерції використовує матрицю 3×3 для опису властивостей обертання твердих тіл, застосовується до тривимірного простору; лінійні перетворення моделюють перетворення координат і зміни системи відліку, що застосовується як до класичної, так і до релятивістської механіки.

Наступною сферою є матричні перетворення для фізичних систем, а саме: аналіз обертання та деформації тіл, де матриці обертання описують орієнтацію об'єкта у тривимірному просторі. Це застосовують у комп'ютерній графіці, робототехніці та аерокосмічній техніці, наприклад, для обчислення орієнтації супутника на орбіті; деформації моделей масштабування та зсуву в матеріалознавстві, що використовується в структурному аналізі, наприклад, для аналізу деформації балки під навантаженням; однорідні координати та матриці перетворення поєднують переміщення, обертання та масштабування, що виконується матричним множенням. Наприклад: застосування кількох переміщень тривимірного об'єкта в комп'ютерній графіці.

Лінійна алгебра застосовується і в інженерній та квантовій механіці, а саме: аналіз головних компонент (PCA) використовує розкладання власного вектора для зменшення розмірності. Це застосовується для аналізу даних і обробки сигналів, наприклад, для зменшення розмірності спектральних даних у хімічному аналізі; модальний аналіз у машинобудуванні спирається на аналіз власних векторів, за допомогою якого оптимізує динамічну поведінку конструкцій. Як приклад може бути удосконалення конструкції шасі автомобіля для зменшення вібрації; методи власних значень аналізують стабільність чисельних методів. Використовується лінійна алгебра також в аналізі скінченних елементів, наприклад, для забезпечення збіжності чисельного розв'язку теплообміну в складній геометрії.

Лінійна алгебра також наявна в електромагнетизмі та обробці сигналів: електромагнітна теорія та поширення хвиль, рівняння Максвелла, виражені в матрич-

ній формі, що полегшує аналіз і чисельне рішення; хвильове рівняння в електромагнетичі, розв'язане за допомогою лінійної алгебри, як диференціальне рівняння в частинних похідних другого порядку. Це може зустрітися, наприклад, під час аналізу поширення електромагнітних хвиль у середовищі; лінійна алгебра аналізує антенні решітки та методи формування променів, що застосовують у телекомунікаціях [4].

Розглянемо детальніше різні області фізики, де можемо застосувати матриці та дії над ними.

1) Використання матриць у квантовій механіці. Квантова механіка має справу зі світом атомів та їх ще менших складників – субатомних частинок. Важливими поняттями квантової механіки є «оператори» та «стани», вони можуть бути представлені за допомогою матриць. Формулювання «матричної механіки» в квантовій механіці є основним застосуванням матриць у фізиці. Одним із прикладів використання матриць у квантовій механіці є матриці Паулі, які також називають спінові матриці Паулі. Вони визначаються так:

$$\sigma_1 = \sigma_x \equiv P_1 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \sigma_y \equiv P_2 \equiv \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$\sigma_3 = \sigma_z \equiv P_3 \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

2) Спеціальна та загальна теорія відносності Ейнштейна. Спеціальна теорія відносності використовує перетвореннями Лоренца – це лінійні перетворення координат простору Мінковського, що залишають незмінним просторово-часовий інтервал. Перетворення Лоренца пов'язують координати подій у різних інерційних системах відліку та мають фундаментальне значення в фізиці, їх можна записати за допомогою матричного подання, а саме:

$$\begin{vmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4)$$

Загальна теорія відносності широко використовує «тензори», і деякі тензори легко представити у форматі матриці. Одним із прикладів є «метрика Шварцшильда», яка описує гравітаційне поле в певних ситуаціях:

$$\begin{vmatrix} \frac{2GM}{rc^2} - 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{2GM}{rc^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{vmatrix} \quad (5)$$

Розглянемо кілька способів розв'язування лінійних рівнянь, використовуючи матриці.

Протікання струму в електричному колі управляють трьома основними законами:

1) Закон Ома: сила струму I пропорційна напрузі U і обернено пропорційна опорю R в електричному колі. Закон Ома є основою для розуміння та розрахунку параметрів електричних колів і є важливим інструментом для інженерів та фахівців у галузі електротехніки.

2) Закон Кірхгофа про напругу: навколо будь-якого замкнутого контуру (контур напруги) сума падінь напруги дорівнює сумі збільшення напруги.

3) Чинний закон Кірхгофа: сума струмів, що протікає в будь-якій точці, дорівнює сумі струму, що витікає з точки.

Тому під час розв'язування електричних кіл необхідно використовувати подані вище закони та математичні підходи до розв'язування через матриці.

Висновки. Лінійна алгебра є не лише фундаментальним компонентом математичного апарату, але й важливим інструментом у прикладних аспектах фізики. Її методи, як-от розв'язування систем рівнянь або аналіз власних значень і векторів, сприяють моделюванню, аналізу та оптимізації різноманітних фізичних явищ і технічних систем. Застосування цих технік охоплює як традиційні напрями фізики (механіка, електромагнетизм), так і сучасні галузі (квантова механіка, обробка сигналів, структурний аналіз), що забезпечує ефективність розрахунків і глибину фізичної інтерпретації. Отже, знання цих математичних інструментів є ключовим для формування цілісної наукової картини світу та якісної підготовки майбутніх фізиків, інженерів та аналітиків.

Список використаних джерел

1. Чигрин А. Критичне мислення, креатив і наука: чим STEAM-освіта відрізняється від традиційної. *bit.ua. Media про життя і технології в ньому*. 2021. URL: <https://bit.ua/2021/12/steam-osvita/>

2. Qazi A. Why is STEM education important for the Future? *Academia*. 2023. URL: <https://academiamag.com/>

3. Prof Andre Lukas. Vectors and Matrices aka Linear Algebra. Rudolf Peierls Centre for Theoretical Physics University of Oxford, 2017. 140 p.

4. Fiveable. 9.1 Linear algebra in physics and engineering – Abstract Linear Algebra II / Ed. by V. Bahr. Fiveable, 2024.